Égalité: Symbolen in de Logika en in de Vrijmetselarij

Koen Lefever

Uit: ``Laat ons niet ernstig blijven ∞ Huldeboek voor Jean Paul Van Bendegem´´
B. Van Kerkhove, K. François, S. Ducheyne en P. Allo (samenstellers),
pp. 209-223, ISBN: 978 94 014 5589 3, Academia Press, Gent (2018).

Ten geleide.

Koen is postdoktoraal onderzoeker aan het Centrum voor Logica en Wetenschapsfilosofie van de Vrije Universiteit Brussel, en lid van de Internationale Gemengde Vrijmetselaarsorde Le Droit Humain.
Jean Paul was de promotor van Koen's licentiaatsverhandeling over logische en ontologische aspekten van ruimte en tijd in axiomatieken voor de speciale relativiteitstheorie, en samen met Gergely Székely van het Alfréd Rényi Institute for Mathematics van zijn doktoraatsproefschrift over het gebruik van methodes uit de wiskundige logika om wetenschappelijke theorieën (in dit geval de klassieke kinematika en de speciale relativiteitstheorie) met elkaar te vergelijken.

Inleiding

De vrijmetselarij is een hermetische traditie waarvan de leden "vrije en rechtschapen mensen" zijn die elkaar als "zusters"[1] en "broeders" erkennen en die georganiseerd zijn in loges of werkplaatsen. In deze werkplaatsen arbeiden de vrijmetselaars aan de "Tempel der Mensheid" door gebruik te maken van symbolen. Deze symbolen kunnen voorwerpen (vaak werktuigen zoals de passer, winkelhaak en waterpas), natuurverschijnselen, rituele handelingen (bijvoorbeeld de wijze waarop de werkplaats betreden en verlaten wordt, of de wijze waarop vrijmetselaars elkaar omhelzen), plaatsen, personen, geometrische figuren, alchemische symbolen of woorden zijn.

[1] In de kontext van de Belgische "adogmatische" vrijmetselarij worden vrouwen, vanuit het principe van gelijkheid van mannen en vrouwen, ingewijd door de Internationale Gemengde Vrijmetselaarsorde Le Droit Humain, de Vrouwengrootloge van België en de Lithos Confederatie van Loges. Deze inwijdingen worden erkend door adogmatische mannenloges, zoals die in het Groot Oosten van België en in de Grootloge van België. Zogenaamde "reguliere" loges erkennen de loges die vrouwen inwijden, adogmatische loges en hun inwijdingen niet.

De logika is de studie van het redeneren. De logika behoort zowel tot de taalkunde als tot de wiskunde en de wijsbegeerte. De systematische studie van de logika begon met de syllogismenlogika van Aristoteles, maar we vinden het idee dat er regels bestaan om het redeneren te leiden al eerder bij de Eleatische filosofen Parmenides en Zeno. Sinds de negentiende eeuw, onder invloed van onder meer George Boole, Augustus De Morgan, Gottlob Frege, Bertrand Russell en Giuseppe Peano, gebruikt de logika symbolen om bepaalde koncepten en operaties met deze koncepten weer te geven, we spreken in dit geval over symbolische of formele logika.

Zowel de vrijmetselarij als de logika hebben een dermate grote verscheidenheid aan symbolen dat ik me hier, op enkele uitweidingen na, zal beperken tot symbolen die gelijkheid weergeven.

Symbolen in de vrijmetselarij

Symbolen hebben in de vrijmetselarij verschillende interpretaties aangezien het elke vrijmetselaar vrij staat de symbolen op zijn of haar eigen persoonlijke manier te interpreteren.

Leo Apostel introduceert symbolen in [2, p. 42] als volgt:

"Laten we een symbool definiëren als een object, een eigenschap, een proces of een persoon die/dat bij zijn/haar beschouwer een veelheid van betekenissen oproept:

- △ die niet strak omlijnd zijn;
- △ die zowel intellectuele als emotionele elementen bevatten; die op zodanige wijze tot hem/haar komen dat deze betekenissen zelf symbolen worden van andere betekenissen;
- △ waarbij de totaliteit van deze betekenissen op elkaar inwerken.

Volgens mij heeft een symbool schijnbaar tegengestelde eigenschappen:

- △ het zal verschillende betekenissen voor verschillende personen en verschillende betekenissen voor dezelfde persoon op verschillende momenten oproepen;
- △ de groep van betekenissen (hoe breed ook) die het symbool oproept, zal niet willekeurig zijn – het symbool kan een haast oneindige reeks van betekenissen hebben, maar ze zijn niet conventioneel of arbitrair en blijven op een complexe wijze me elkaar verbonden in een interactie die zelf symboolwaarde heeft;
- △ het symbool kan niet zonder verlies vertaald worden in niet-symbolische taal. De inhoud ervan is essentieel symbolisch;

△ de werkelijkheid die het symbool uitdrukt en waarover het handelt is niet onafhankelijk van het symbool zelf te denken. Die werkelijkheid schept het symbool en wordt erdoor geschapen, symbool en betekenis zijn reëel, autonoom en bestaan toch slechts door en in elkaar."

Het eerste symbool voor gelijkheid is het woord "gelijkheid" zelf, zoals het op rituele wijze in de werkplaats geskandeerd wordt in de leuze "Liberté! Égalité! Fraternité!" van de Franse Revolutie. Deze drie begrippen zijn niet louter historisch nauw verbonden: enkel een vrij mens kan een vrijmetselaar worden, en wordt als dusdanig in broederschap erkend als een gelijke door de andere vrijmetselaars. Ondanks alle graden, van leerling over gezel tot meester en eventuele hogere graden waarin de vrijmetselaar kan ingewijd worden, blijven alle vrijmetselaars altijd gelijken. De reden waarom vrouwen, niet-blanke mensen, dienstpersoneel en verminkten[2] lange tijd niet ingewijd werden, is juist omdat ze historisch niet over de vrijheden konden of mochten beschikken waar bemiddelde blanke mannen wel van konden genieten. Dank zij de verschillende emancipatiebewegingen sinds de Franse en andere revoluties in onze geschiedenis is dit veranderd, en nog steeds aan het veranderen. Dit maakt de Tempel der Mensheid waaraan de vrijmetselaars bouwen rijker en sterker.

Vrijmetselaars ontmoeten elkaar bij de waterpas. Dit werktuig is bij uitstek het maçonnieke symbool van de gelijkheid. De waterpas wordt gebruikt om horizontale gelijkheid te bewerkstelligen, het symboliseert de afwezigheid van hiërarchie. De waterpas die het horizontale voorstelt is nauw verbonden met een ander werktuig, het schietlood, dat het vertikale voorstelt.

Technisch heeft de waterpas een grote evolutie doorgemaakt, van een houten of metalen driehoek (in haar meest eenvoudige vorm) waaraan een gewicht is bevestigd aan een touw dat, als de waterpas plat staat, voor een markering in de basis van de driehoek hangt, over de chorobates van de Romeinen en de alkoholwaterpas met een luchtbel, tot elektronische waterpassen met laserstralen. Maar ondanks deze technologische evoluties blijft het doel van de waterpas hetzelfde: het construeren van horizontale rechten en vlakken. De waterpas is ook het symbool van de Eerste Opziener[3] die in een werkplaats toezicht houdt over de zuiderkolom waar de gezellen plaats nemen. Het is ook één van de werktuigen die de gezellen meekrijgen tijdens hun reizen, en als dusdanig één van de symbolen van de gezellengraad.

Jean-Marie Ragon schrijft in [24, p. 68] over de waterpas en het schietlood: "le Niveau symbolise l'égalité sociale, base du droit naturel; et que la Perpendiculaire signifie que le Maçon doit posséder une rectitude de jugement qu'aucune affection d'intéret ou de famille ne doit

[2] Zie [2, p. 15].
[3] Zie [3, p. 38] en [6, p. 90].

détourner." Édouard Plantagenet waarschuwt in [20, p. 126] dat "Le Niveau est le symbole de l'égalité originelle, mais il n'implique en aucun sense le «nivellement» des valeurs, il nous rappelle qu'il faut considérer toutes choses avec une égale sérénité." Bernard E. Jones voegt daar in [11, p. 442] aan toe: "Symbolically, the level teaches equality and the plumb-rule justice and uprightness of life and actions. The fifth section of the 1st Lecture explains that the level demonstrates that we all sprung from the same stock and are partakers of the same nature and sharers in the same hope, while the plumb-rule, the criterion of rectitude and truth, teaches us to walk justly and uprightly before God[4] and man. At Pompeii (destroyed A.D. 79) a table was discovered bearing the representation of a skull, level, and wheel, the whole being interpreted as meaning that death is the great leveller. (In the South of France levels have been found carved upon old coffins.)"

Maçonnieke symbolen worden vaak associatief gebruikt. De waterpas wordt niet enkel met het schietlood geassocieërd, maar ook met het element zwavel. Oswald Wirth wijst in [31, p. 164] op de vormelijke gelijkenis (zie Fig. 3) tussen de waterpas en het alchemische symbool voor zwavel: "[on voit dans] la forme du Niveau le rappel du signe alchimique du Soufre, substance dont la combustion entretient le Feu central de tout foyer d'activité. Le Premier Surveillant est le gardien de cette ardeur laborieuse, qu'il stimule dès qu'elle diminue." Het schietlood bestaat niet enkel als een op zichzelf staand instrument, het maakt ook deel uit van de waterpas. Het touw van het schietlood kruist de basis van de driehoek in de waterpas, en lijkt daarom op het kruis in het alchemische symbool van het zwavel. Aangezien de waterpas een schietlood bevat, kombineert het het vertikale en het horizontale, het mannelijke en het vrouwelijke[5] als een Westerse tegenhanger van het Oosterse yin-yang symbool. Bernard E. Jones maakt in [11, p. 442] de associatie tussen de waterpas en de weegschaal: "the balance is an old masonic emblem, but the close relationship between it and the level is seldom recognized, although to the Romans the craftman's level was libella or libra, both words meaning «balance» and their word for «leveling» also meant «weighing». The balance is the symbol of justice and impartiality, and the figure too, of man's merrits and demerrits, one weighed against the other, as also of the things of the soul in one pan outweighing all the things of the earth loaded in the other one."

Symbolen kunnen in zekere mate een eigen leven gaan leiden, en maçonnieke symbolen kunnen doorsijpelen in de profane of alledaagse wereld. Het is niet toevallig dat de waterpas het symbool is geworden van het anarchisme[6], een beweging die de hiërarchie verwerpt en

[4] In de reguliere vrijmetselarij wordt een geloof in de Opperbouwmeester van het Heelal verondersteld, in de adogmatische vrijmetselarij is dit geen vereiste.

[5] Zie [3, p. 39].

[6] Voor de relatie tussen anarchisme en vrijmetselarij, zie Léo Campion [4].

Fig. 1: Het oorspronkelijke ontwerp van het anarchistische symbool door Giuseppe Fanelli uit 1868 bestaat uit een waterpas in een cirkel.

in deze verwerping een noodzakelijke voorwaarde ziet om vrijheid en broederschap mogelijk te maken. De anarchistische Ⓐ werd in 1868 ontworpen door de Italiaanse vrijmetselaar Giuseppe Fanelli voor de Spaanse anarcho-syndicalistische Asociación Internacional de los Trabajadores (AIT), zoals afgebeeld in Fig. 1. De letter A in dit symbool is een maçonnieke waterpas.

De cirkel of letter O rond de letter A wordt vaak geïnterpreteerd als een symbool voor Orde.[7] De cirkel, een figuur waarvan alle punten op gelijke afstand van het middelpunt liggen, wordt natuurlijk getekend door middel van een passer, die op zichzelf één van de meest ikonische vrijmetselaarssymbolen is, en die gelijke afstanden kan meten. Het symbool van de passer heeft op haar beurt verschillende interpretaties, bijvoorbeeld als symbool voor de Rede en het spirituele.[8] Jean-Marie Ragon schrijft in [25, p. 21] hierover: “Intelectuellement, le Compas est l’image de la pensée dans les divers cercles qu’elle parcourt; les écartements de ses branches et leurs rapprochements figurent les divers modes du raisonnement qui, selon les circonstances, doivent être abondants et larges, ou précis et serrés mais toujours clairs et persuasifs.”

[7] In tegenstelling tot de wijze waarop “anarchie” in het dagelijkse taalgebruik als synoniem voor “khaos” en “anomie” gebruikt wordt, heeft ”anarchie” deze konnotatie niet als het woord voor de politieke filosofie of ideologie gebruikt wordt: de afwezigheid van hiërarchie is niet hetzelfde als de afwezigheid van organizatie.

[8] Dit in tegenstelling tot de winkelhaak, die het materiële symboliseert. De passer symboliseert ook het aktieve principe omdat de benen van een passer kunnen bewegen, terwijl de winkelhaak met zijn onbeweegbare benen het passieve principe symboliseert, zie [3, p. 27-29].

Symbolen in de logika

Er bestaat een veelheid aan logika's, de eenvoudigste niet-triviale[9] symbolische logika is de klassieke propositielogika die twee waarheidswaarden, waar en vals (of onwaar), hanteert. Deze klassieke propositielogika kan op verschillende manieren uitgebreid worden, bijvoorbeeld naar predikatenlogika, modale[10] logika, meerwaardige[11] logika of parakonsistente[12] logika.

De klassieke propositielogika gebruikt een aantal binaire operatoren om proposities (zinnen of uitspraken die waar of vals zijn) te kombineren: en ($\wedge$), of ($\vee$),[13] als … dan ($\supset$, $\rightarrow$ of $\Rightarrow$), dan en slechts dan als (of als en slechts als: $\equiv$, $\leftrightarrow$ of $\Leftrightarrow$) en één unaire operator voor de negatie niet ($\neg$ of $\sim$).

Er zijn verschillende manieren om deze operatoren in te voeren, door syntaktische definities of, zoals hieronder, door een semantische tabel waarin het symbool "0" voor "vals" staat en het symbool "1" voor "waar":

---

9 Een triviale logika is bijvoorbeeld de logika waarin elke mogelijke uitspraak waar is, deze is overigens equivalent aan de triviale logika waarin elke uitspraak vals is omdat het symbool voor waar in dit geval overal kan vervangen worden door het symbool voor vals en andersom.

10 In modale logika's kunnen modaliteiten (zoals "het is mogelijk dat", "het is noodzakelijk dat", "het is ethisch (on)verantwoord dat", of "het is verplicht/verboden om") uitgedrukt worden.

11 In het geval van meerwaardige logika's worden de verschillende waarheidswaarden onderverdeeld in "designated" waarheidswaarden, wat een uitbreiding van het begrip waar is, en "non-designated" waarheidswaarden, wat een uitbreiding van het begrip vals is. Op die manier worden de meerwaardige logika's weer binair, ongeacht van het aantal waarheidswaarden (en dat kan, bijvoorbeeld in het geval van een probabilistische logika, zelfs een oneindig aantal zijn – iets waar Jean Paul, als strikt finitist, het grondig oneens mee is). Richard L. Epstein schrijft hierover in [7, p. 86-87] "«Why should a complex proposition, or for that matter an atomic proposition, be true or false? why not simply nonsensical, or meaningless, or unacceptable?» Why? Because there are only two classes of propositions: those which are true, which correspond to the case, part of which is how we understand the connectives; and those which are not, which are false. Third truth-values, undefined truth-values, dual truth-values, levels of plausibility, all these will be taken into account as the content of a proposition. There are only two mutually exclusive truth-values, and every logician ascribes to something like this in that, in the end, he parcels out propositions into those which are acceptable to proceed on as the basis of reasoning in determining what is the case, and those which are not. Between affirming and denying there is no third choice."

12 In parakonsistente logika's kan een uitspraak tegelijkertijd waar en vals zijn, zie [23].

13 Dit is de inklusieve of, die ook waar is als zowel p als q waar zijn, "vel" in het Latijn – de oorsprong van het symbool $\vee$. Er bestaat in de logika ook een exklusieve of, "aut" in het Latijn, die enkel waar is als ofwel p ofwel q waar is, en die als symbool $\veebar$ of $\oplus$ heeft.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \supset q$	$p \equiv q$	$\neg p$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0
		en	of	als dan	d.e.s.d.a.	niet

Hoewel de symbolen "0" en "1" in bovenstaande tabel waarheidswaarden voorstellen, kunnen we ze ook als getallen beschouwen.[14] Dan stellen we vast dat we de logische operatoren als rekenkundige bewerkingen kunnen definiëren in plaats van als taalkundige voegwoorden: de logische en-operator $\wedge$ gedraagt zich bijvoorbeeld als een vermenigvuldiging: $0 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$, $1 \times 0 = 0$ en $1 \times 1 = 1$. Ik laat het als een oefening aan de lezer om de andere kolommen rekenkundig voor te stellen.

De equivalentie $p \equiv q$ is waar als beide proposities p en q dezelfde waarheidswaarde hebben. Dit is de eerste, en meest belangrijke vorm van gelijkheid in de logika.

Om de gelijkheid van dingen in de logika uit te drukken, hebben we meer dan enkel propositielogika nodig: in de predikatenlogika kunnen we ook over dingen en hun eigenschappen (predikaten) spreken, we kunnen bijvoorbeeld uitdrukken dat alle mensen sterfelijk zijn als volgt: "voor alle dingen geldt dat als dat ding een mens is, dat ding dan sterfelijk is", of in symbolen:

$$\forall x : M(x) \supset S(x).$$

De bovenstaande formule is in eerste-orde predikatenlogika, dit wil zeggen dat de kwantoren ($\forall$ "voor alle", en $\exists$ "er bestaat") enkel betrekking hebben op "dingen". Om de gelijkheid van dingen uit te drukken, hebben we tweede-orde predikatenlogika, waarin de kwantoren ook betrekking hebben op predikaten (eigenschappen van dingen), nodig. Het was Gottfried Wilhelm Leibniz die in zijn korrespondentie [5] met de Newtoniaan Samuel Clarke stelde dat twee dingen gelijk zijn als al hun eigenschappen dezelfde zijn, of in symbolen:

$$(x = y) \equiv \Big(\forall P : P(x) \equiv P(y)\Big).$$

Het probleem met Leibniz' definitie, is dat ze te sterk is. Als twee stoelen gelijk zijn volgens deze definitie, dan staan ze op dezelfde plaats – met andere woorden: iets kan enkel gelijk zijn aan zichzelf. Dit is natuurlijk onpraktisch voor iemand die twee dezelfde stoelen wil bestellen, of voor het principe in voetnoot 1 betreffende de gelijkheid tussen mannen en vrouwen. Wat we eigenlijk willen is een vorm van gelijkheid

[14] Gottfried Wilhelm Leibniz introduceerde, geïnspireerd door de I Tjing (Boek der Veranderingen), in 1679 de binaire getallen in [18].

tussen verschillende dingen. Om dit op te lossen bestaan er de equivalentierelaties. Een relatie tussen dingen is een equivalentierelatie als ze voldoet aan de volgende drie eigenschappen:

- △ reflexiviteit: ieder ding is equivalent met zichzelf;
- △ symmetrie: als een eerste ding equivalent is met een tweede ding, dan is het tweede ook equivalent met het eerste;
- △ transitiviteit: als een eerste ding equivalent is met een tweede, en het tweede met een derde, dan is het eerste ook equivalent met het derde.

Een eenvoudig voorbeeld van een equivalentierelatie is evenwijdigheid tussen rechte lijnen (laat ons de verzameling van rechten R noemen), dat als symbool $\|$ heeft:

- △ reflexiviteit: $\forall a \in R : a \parallel a$;
- △ symmetrie: $\forall a, b \in R : (a \parallel b) \equiv (b \parallel a)$;
- △ transitiviteit: $\forall a, b, c \in R : \big((a \parallel b) \wedge (b \parallel c)\big) \supset (a \parallel c)$.

In de wiskunde en de logika worden dergelijke equivalentierelaties uitgebreid bestudeerd. Andere voorbeelden van equivalentierelaties zijn de gelijkvormigheid van driehoeken en de gelijkheid van getallen, maar ook “op dezelfde dag geboren zijn”. Hoewel het principe van de equivalentierelatie reeds gekend was door onder meer Giuseppe Peano en Bertrand Russell, werd de benaming pas in 1926 ingevoerd door Helmut Hasse in [9, p. 18].

In mijn eigen werk betreffende het gebruik van methodes uit de wiskundige logika in de wetenschapsfilosofie,[15] ben ik geïnteresseerd in equivalenties tussen formele theorieën. Er zijn verschillende manieren waarop theorieën, die verzamelingen zijn van axioma’s[16] die uitgedrukt worden in eerste-orde predikatenlogika, gelijk aan elkaar kunnen zijn:

- △ twee theorieën kunnen volledig aan elkaar gelijk zijn, ze hebben dezelfde axioma’s en bevatten dezelfde uitspraken, in symbolen:

$$T_1 = T_2;$$

- △ twee theorieën kunnen logisch equivalent zijn, ze hebben misschien verschillende axioma’s, maar deze axioma’s brengen dezelfde uit-

[15] Zie [15] en [16] voor een toepassing van definitionele equivalentie voor het bepalen van de gelijkenissen en verschillen tussen klassieke en relativistische kinematika.

[16] Of, alternatief, de verzamelingen van alle uitspraken die gegenereerd worden door die axioma’s.

spraken voort,[17] in symbolen:

$$T_1 \equiv T_2;$$

△ twee theorieën kunnen definitioneel equivalent zijn: ze kunnen in elkaar gedefiniëerd worden.[18] Hajnal Andréka and István Németi voerden daarvoor in [1] het volgende symbool in:

$$T_1 \stackrel{\Delta}{\equiv} T_2;$$

△ twee theorieën kunnen "intervertaalbaar" zijn, Gergely Székely en ikzelf voerden daarvoor in [17] het volgende symbool in:

$$T_1 \rightleftarrows T_2;$$

△ twee theorieën kunnen definitioneel "mergeable" zijn, dit wil zeggen dat er een derde theorie bestaat die in elk van de andere twee gedefiniëerd kan worden. In tegenstelling tot de hoger vernoemde gelijkheden is dit geen equivalentierelate, want ze is niet transitief. Gergely Székely en ikzelf voerden daarvoor in [17] het volgende symbool in:

$$T_1 \nearrow\!\nwarrow T_2;$$

△ twee theorieën kunnen hernoemingen van elkaar zijn, ze zijn identiek maar ze gebruiken andere symbolen. Dit is ook geen equivalentierelate, want niet reflexief en niet transitief. Gergely Székely en ikzelf voerden hiervoor in [17] het volgende symbool in:

$$T_1 \stackrel{\emptyset}{\simeq} T_2.$$

Het belang hiervan in deze kontext is dat we juist verschillende symbolen gebruiken voor de verschillende betekenissen die "gelijkheid" van theorieën kan hebben: in tegenstelling tot de vrijmetselarij waar het de bedoeling is dat hetzelfde symbool verschillende betekenissen heeft, trachten we hier juist zeer specifieke en unieke betekenissen te geven aan de symbolen die we gebruiken. Dit "uiteenrafelen" van betekenissen, om zo de verhoudingen tussen de verschillende betekenissen precies te kunnen duiden,[19] is een gangbare praktijk in de logika.

[17] Een voorbeeld hiervan is de Euklidische meetkunde met het vijfde postulaat van Euklides, zie [10, Vol. 1 p. 190], en de Euklidische meetkunde met het Playfair axioma, zie [21, p. 29]. In de meetkunde met het vijfde postulaat van Euklides kan het axioma van John Playfair als een stelling bewezen worden, en andersom is in de meetkunde met het Playfair axioma het vijfde postulaat van Euklides een bewijsbare stelling.

[18] Een voorbeeld hiervan is de equivalentie tussen de Booleaanse algebra geaxiomatiseerd in termen van partiële ordening en geaxiomatiseerd in termen van doorsneden en komplementen van verzamelingen.

[19] De relatie tussen bovenstaande verschillende wijzen waarop theorieën equivalent kunnen zijn wordt besproken in [17].

Een ander voorbeeld van deze uiteenrafeling vinden we in de informatika. In de programmeertaal BASIC wordt het symbool = gebruikt voor zowel het toekennen van een waarde aan een variabele als voor het testen wat de waarde van een variabele is:

```
X = 10
IF X = 10 THEN PRINT "De variabele X heeft de waarde tien!"
```

Dit wordt als een verwarrende definitie van de syntax van deze programmeertaal beschouwd. Meer recente programmeertalen gebruiken daarom verschillende symbolen. De programmeertaal Algol en de daarvan afgeleide programmeertalen Pascal, Modula 2 en Oberon gebruiken bijvoorbeeld := voor de toekenning en = voor de test:

```
X := 10;
if X = 10 then WriteLn('De variabele X heeft de waarde tien!');
```

De programmeertaal C en programmeertalen met een syntax die van C is afgeleid, zoals C++, C# en Java, gebruiken = voor de toekenning en == voor de test:

```
X = 10;
if (X == 10) printf("De variabele X heeft de waarde tien!");
```

Overeenkomsten en verschillen tussen symbolen in de vrijmetselarij en in de logika

Het is perfekt mogelijk om de logische operatoren als werktuigen te beschouwen. Reeds in de Oudheid werden de geschriften van Aristoteles over logika gebundeld in de Organon, wat instrument betekent. De diskussie toen was of de logika een deel was van de wijsbegeerte (zoals de stoïcijnen stelden) of slechts een hulpmiddel (zoals de "late" peripatetici stelden).[20]

Bovendien bestaat er in de wetenschapsfilosofie de notie van "paper tools", zoals ingevoerd door Ursula Klein in [12] en [13] tijdens haar studie van praktijken in wetenschappelijke experimenten, in het bijzonder in de scheikunde. Paper tools is het beschouwen van uitgeschreven formules als abstrakte werktuigen. Inderdaad, een logikus of wiskundige arbeidt door operatoren uit te voeren in zijn of haar bewijzen en berekeningen.

Maar we kunnen nog een stap verder gaan, en logische operatoren bouwen als mechanische konstrukties[21] of, zoals in 1886 voorgesteld

[20] Zie [29, paragraaf 2].

[21] Bijvoorbeeld in Lego: https://bricks.stackexchange.com/questions/86/is-it-possible-to-build-simple-logic-gates-with-lego-mechanics

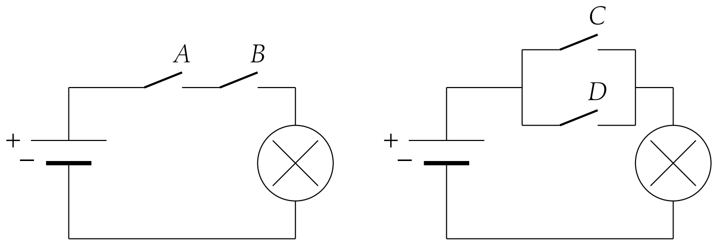

Fig. 2: Twee voorbeelden van logische poorten als eenvoudige elektrische schakelingen. Beide schakelingen bevatten links een stroombron, bovenaan schakelaars en rechts een lamp. De schakeling links heeft twee schakelaars in serie en stelt een logische en-poort voor: de lamp brandt als schakelaars A en B gesloten zijn. De schakeling rechts heeft twee schakelaars in parallel en stelt een logische (inklusieve) of-poort voor: de lamp brandt als schakelaar C of schakelaar D gesloten is.

werd door Charles Sanders Peirce in een brief [19, p. 421–23] aan Allan Marquand en geïmplementeerd in 1937 door Claude Elwood Shannon in zijn master's thesis [28], als elektrische of elektronische schakelingen. In Fig. 2 staan twee schakelingen: de logische en-poort en de logische of-poort. Deze logische poorten zijn de basisblokken van digitale komputers. Op die manier zijn de logische operatoren geen zuivere abstrakties meer, maar tastbare werktuigen.

Waar de symbolen in de vrijmetselarij bedoeld zijn om een veelheid in betekenissen of interpretaties toe te staan, probeert de logika dit juist zo veel mogelijk te vermijden. Desondanks zijn er toch symbolen die, zoals we gezien hebben, in verschillende kontexten verschillende betekenissen hebben. Nu zou de logika de logika niet zijn als ook niet getracht werd om hoe en wanneer die verschillende betekenissen van toepassing zijn te formalizeren. In dit verband is in de informatika tijdens de jaren zestig van de vorige eeuw het begrip operator overloading of operator ad hoc polymorfisme ingevoerd: de betekenis en het effekt van een operator wordt verschillend gedefiniëerd al naargelang op welke types van gegevens die operator toegepast wordt.

In de handleiding [30, p. 177-180] van de programmeertaal Algol (Algorithmic Language), worden de verschillende betekenissen van de test operator = als volgt gedefinëerd voor de data-types boolean, integer, real, complex, bits en text strings:

"10.2.1 Operations on Boolean Operands
d) op = = (bool a, b) bool : $(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$;
10.2.3 Operations on Integral Operands
c) op = = (L int a, b) bool : $a \leq b \wedge b \leq a$;
10.2.4 Operations on Real Operands
c) op = = (L real a, b) bool : $a \leq b \wedge b \leq a$;
10.2.7 Complex Structures and Associated Operations
f) op = = (L compl a, b) bool : re $a =$ re $b \wedge$ im $a =$ im b;
10.2.8 Bits structures and Associated Operations
b) op = = (L bits a, b) bool : for i to $L\ bits\ width$
do (($L\ F$ of a)[i] $\neq$ ($L\ F$ of b)[i] | l); true. l : false);
10.2.10 Strings structures and Associated Operations
d) op = = (string a, b) bool : $a \leq b \wedge b \leq a$;"

In de notatie "op = =" hierboven is de eerste = de operator die gedefiniëerd wordt, en de tweede = wil zeggen dat de definitie van de operator volgt. Aangezien = in Algol een test-operator is, is het resultaat telkens een bool, i.e. boolean, dat wil zeggen: waar of vals.

Hoewel het dus perfekt mogelijk is om operator overloading formeel te definiëren, wordt het gebruik ervan vaak afgeraden, omdat hetzelfde symbool gebruiken voor verschillende operaties verwarrend kan zijn, wat aanleiding kan geven tot programmeerfouten in komputerprogramma's. Het punt hier is dat er een formeel kader bestaat om hetzelfde logische symbool, net zoals een maçonniek symbool, verschillende betekenissen te laten hebben.

Waar in het geval van symbolen in de vrijmetselarij vaak met associaties wordt gewerkt, zijn de symbolen in de logika en de wiskunde louter formeel gedefiniëerd, en is er volstrekt geen plaats voor een emotioneel element in de bepaling van wat logische symbolen betekenen. Nochtans worden er in de keuzes van hoe een symbool er uit ziet, waarom dat bepaalde symbool en geen ander gekozen wordt, wel degelijk vaak associaties en zelfs esthetische overwegingen gebruikt. Zo voerde Robert Recorde in 1557 het gelijkheidsteken = als volgt in: " to auoide the tediouse repetition of these woordes= :is= equalle to: I will sette as= I doe often in woorke vse, a paire of paralleles=, or Gemowe lines= of one lengthe, thus=: ═══, bicause noe .2. thynges=, can be moare equalle. "[22]

Esthetische overwegingen spelen niet enkel een rol in de keuze van symbolen, maar bijvoorbeeld ook in de konstruktie van bewijzen. Vele logici en wiskundigen streven er naar om zo "elegant" mogelijke bewijzen te vinden voor hun stellingen. Betrand Russell schrijft in [27, p. 60]: "Mathematics, rightly viewed, possesses not only truth, but supreme

[22] In [26]. In hedendaags Engels: "to avoid the tedious repetition of these words «is equal to» I will set, as I do often in work use, a pair of parallels or twin lines of one length, thus: =, because no 2 things can be more equal."

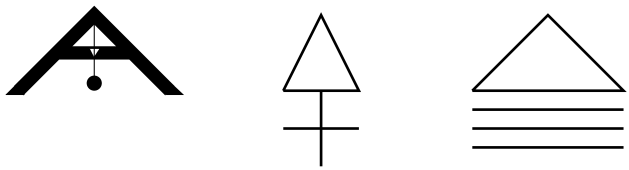

Fig. 3: Associaties: de waterpas, het alchemische symbool voor zwavel, en het symbool voor definitionele equivalentie.

beauty – a beauty cold and austere, like that of sculpture, without appeal to any part of our weaker nature, without the gorgeous trappings of painting or music, yet sublimely pure, and capable of a stern perfection such as only the greatest art can show. The true spirit of delight, the exaltation, the sense of being more than Man, which is the touchstone of the highest excellence, is to be found in mathematics as surely as poetry."

Besluit

Traditioneel gebruikt de vrijmetselarij, behalve het dusteken ∴ in afkortingen,[23] geen logische symbolen – terwijl er wel symbolen uit de meetkunde gebruikt worden. Eén verklaring hiervoor is dat de formele logika zoals we die nu kennen nog niet bestond toen de maçonnieke tradities gevestigd werden, een andere is dat in de bouwkunde de logika niet het belang heeft dat de meetkunde daar heeft. Desondanks is er niets dat een vrijmetselaar belet om in zijn of haar persoonlijke beleving logische symbolen zinvol te gebruiken. Logische symbolen kunnen, net zoals meetkundige symbolen, symbolen zijn zoals Leo Apostel ze gedefiniëerd heeft, komplementair aan hun formele definitie.

De verschillende symbolen voor gelijkheid, zowel in de vrijmetselarij als in de logika, bezitten een rijkdom in hun betekenissen, hun verschijningsvormen en in de associaties daartussen.

De twee belangrijkste symbolen in de logika blijven desalnietemin waar en vals. Deze zijn bij uitstek niet gelijk, volgens Aristoteles' principe van de non-kontradiktie.[24] In deze zogenaamd post-faktuele tijd, waarin het bestaan van waarheid en onwaarheid in twijfel wordt getrokken, en zelfs aktief ondermijnd wordt, kan het geen kwaad om ons de woorden die Henri Poincaré op 19 november 1909 uitsprak ter gele-

[23] Dit symbool wordt in de logika op de Britse eilanden gebruikt als afkorting voor "therefore". Zie het dankwoord hieronder voor voorbeelden van het gebruik van ∴ in de vrijmetselarij.

[24] Zie [8].

genheid van de vijfenzeventigste verjaardag van de Université Libre de Bruxelles te herinneren, waarin hij geen absoluut relativisme voorstond, maar ons juist op het belang van de feiten wees: “La pensée ne doit jamais se soumettre, ni à un dogme, ni à un parti, ni à une passion, ni à un intérêt, ni à une idée préconçue, ni à quoi que ce soit, si ce n’est aux faits eux-mêmes, parce que, pour elle, se soumettre, ce serait cesser d’être.”[25]

Dankwoord

Ik bedank Z∴ P.S. en Z∴ V.V. voor het schenken van verschillende van de geciteerde maçonnieke werken, B∴ J.P.V.B. voor alles wat ik van hem geleerd heb, en alle ZZ∴ en BB∴ van de A∴ L∴ 1050 Broederschap André Fosset in het O∴ Brussel van de Belgische Federatie van Le Droit Humain (waar ik een iets meer persoonlijke versie van deze tekst als bouwstuk voor het behalen van de meestergraad heb opgeleverd) voor hun Wijsheid, Kracht en Schoonheid.

Ten slotte dank aan Jan, B∴ Diderik en editor Bart, waarmee ik me ter elfder ure in het ad hoc Team LaTeX van deze uitgave bevond.

Verwijzingen

[1] H. Andréka en I. Németi. Definability Course Notes. Department of Logic, Eötvös Loránd University, Budapest, https://old.renyi.hu/pub/algebraic-logic/DefThNotes0828.pdf, spring 2014.

[2] L. Apostel. Vrijmetselarij, een wijsgerige benadering. Academic & Scientific Publishers, (1992) 2012.

[3] J. Boucher. La symbolique Maçonique, Ou l’art royal remis en lumière et restitué selon les règles de la symbolique ésotérique et traditionnelle. Éditions Dervy, Bibliotheque de la Franc-Maçonnerie, (1998) 2011.

[4] L. Campion. Le Drapeau noir, l’Équerre et le Compas: Les maillons libertaires de la chaîne d’union. Éditions Alternative Libertaire, http://libertaire.pagesperso-orange.fr/drapeau_noir_equerre_compas.pdf, (1969) 2004.

[5] S. Clarke. A Collection of Papers, which passed between the late Learned Mr. Leibniz, and Dr. Clarke, In the Years 1715 and 1716. James Knapton, London 1717.

[6] R. Dachez & A. Bauer. Lexique des symboles Maçoniques. Presses Universitaires de France, 2014.

[7] R. L. Epstein. The semantic Foundations of Logic, Volume 1: Propositional Logics. Kluwer Academic Publishers - Nijhoff International Philosophy series, Vol. 35, 1990.

[8] P. Gottlieb. Aristotle on Non-contradiction The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2015 Edition), Edward N. Zalta (ed.), https://plato.stanford.edu/archives/sum2015/entries/aristotle-noncontradiction/, (2007) 2015.

[25] [22, p. 152].

[9] H. Hasse. Höhere Algebra 1. W. de Gruyter & co., 1926.

[10] T. L. Heath. The Thirteen Books of Euclid's Elements ([Facsimile. Original publication: Cambridge University Press, 1908] 2nd ed.) Dover Publications, 1956.

[11] B. E. Jones. Freemasons' Guide and Compendium, New and Revised Edition. George G. Harrap & Co. Ltd, 1956.

[12] U. Klein. Berzelian Formulas as Paper Tools in Early Nineteenth-Century Chemistry. Foundations of Chemistry 3: 7–32, 2001.

[13] U. Klein. Paper tools in experimental cultures. studies in History and Philosophy of science Part A, Vol. 32 No. 2, 2001.

[14] K. Lefever. Logische en ontologische aspekten van ruimte en tijd in axiomatieken voor de speciale relativiteitstheorie. Licentiaatsverhandeling, Vrije Universiteit Brussel, 2004.

[15] K. Lefever. Using Logical Interpretation and Definitional Equivalence to Compare Classical Kinematics and special Relativity Theory. Doktoraatsproefschrift, Vrije Universiteit Brussel, http://homepages.vub.ac.be/~kolefeve/publications.html, 2017.

[16] K. Lefever en G. Székely. Comparing Classical and Relativistic Kinematics in First-Order Logic. Logique et Analyse, Vol. 61, No. 241, p. 57-117, DOI: 10.2143/LEA.241.0.3275105, 2018.

[17] K. Lefever en G. Székely. On Generalization of Definitional Equivalence to Languages with Non-Disjoint Signatures. Preprint, https://arxiv.org/abs/1802.06844, 2018.

[18] G. W. Leibniz. Explication de l'Arithmétique Binaire, qui se sert des seuls caractères O et I avec des remarques sur son utilité et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures chinoises de Fohy. Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences, Académie royale des sciences, https://hal.archives-ouvertes.fr/ads-00104781/document, 1703.

[19] C. S. Peirce. Writings of Charles S. Peirce, A Chronological Edition, volume 5. Indiana University Press, 1993.

[20] E. E. Plantagenet. Causeries initiatiques pour le travail en chambre de compagnons. Presses Universitaires de France, 1929.

[21] J. Playfair. Elements of Geometry. W. E. Dean, (1846) 1931.

[22] J. H. Poincaré. Œvres de Henri Poincaré 1842-1917. Gauthier-Villars, Paris 1956.

[23] G. Priest, K. Tanaka, en Z. Weber. Paraconsistent Logic. The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2018 Edition), Edward N. Zalta (ed.), https://plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/logic-paraconsistent, (1997) 2018.

[24] J.-M. Ragon. Rituel d'Apprenti. Éditions du Prieuré, (1859) 1992.

[25] J.-M. Ragon. Rituel du grade de Compagnon. Collignon, Paris 1860.

[26] R. Recorde. The Whetstone of Witte, whiche is the seconde parte of Arithmetike: containyng thextraction of Rootes: The Coßike practise, with the rule of Equation: and the woorkes of surde Nombers. https://ia902703.us.archive.org/1/items/TheWhetstoneOfWitte/TheWhetstoneOfWitte_text.pdf, 1557.

[27] B. Russell. Mysticism and Logic: And Other Essays. Longmans, Green and Company, 1919.

[28] C. E. Shannon. A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits. Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/11173, 1937.

[29] R. Smith. Aristotle's Logic. The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2018 Edition), Edward N. Zalta (ed.), https://plato.stanford.edu/archives/spr2018/entries/aristotle-logic/, (2000) 2018.

[30] A. van Wijngaarden, B. J. Mailloux, J. E. L. Peck, C. H. A. Koster; et al. Report on the Algorithmic Language ALGOL 68. http://web.eah-jena.de/ kleine/history/languages/Algol68-Report.pdf, 1968.

[31] O. Wirth. Le Livre du Compagnon. 1931.